



MINISTERUL EDUCAȚIEI



**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ  
„TEHNICI MATEMATICE”-editia a XIX-a  
Etapa județeană 23.02.2024  
Clasa a IX -a Matematică *M\_tehnologic***

**Subiectul I**

Se consideră numerele reale  $a = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$  și  $b = 2 + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$ .

- Arătați că  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .
- Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor  $a$  și  $b$ .
- Determinați  $x, y \in \mathbb{Q}$  astfel încât  $xa + yb + 2024 = 0$ .

**Subiectul II**

- Calculați suma primilor 30 de termeni ai progresiei aritmetice știind că:

$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 4 \\ a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30. \end{cases}$$

- Un triunghi ABC are măsurile unghiurilor A, B, C în progresie aritmetică, în această ordine. Determinați măsura unghiului B.
- Fie  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2024}}$ . Demonstrați că  $S \in (1, 2)$ .

**Subiectul III**

Fie ABCD un paralelogram, iar O punctul de intersecție a diagonalelor AC și BD.

- Arătați că, oricare ar fi P un punct al planului paralelogramului ABCD, are loc relația:  
 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD} = 4\vec{PO}$ .
- Dacă M este mijlocul laturii AB, iar N este mijlocul laturii CD, demonstrați că  
 $\vec{DM} = \vec{NB}$ .
- Știind că vectorii  $\vec{CB} + \vec{CD}$  și  $\vec{DA} + \vec{DC}$  au modulele egale, demonstrați că ABCD este dreptunghi.

**Fiecare subiect are 30 puncte  
Se acordă 10 puncte din oficiu  
Timp de lucru 120 minute**

**Subiectele au fost selectate și propuse de:  
Prof. Aron Roxana  
Prof. Dicu Florentina**