

## Programa concursului național de matematică

### „TEHNICI MATEMATICE”

Ediția a XIX-a

#### SECȚIUNEA SN - Profilul Real. Specializarea Științele Naturii

Pentru fiecare clasă, în programa de concurs sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programei de concurs din clasele anterioare, iar pentru etapa națională sunt incluse și conținuturile programelor de concurs de la etapa județeană.

Conținuturile din afara programei școlare sunt evidențiate prin subliniere. Cunoștințele suplimentare față de programa de concurs pot fi folosite în rezolvarea problemelor de concurs.

#### Clasa a IX-a

##### I. Etapa județeană Algebra

1. Mulțimi și elemente de logică matematică:
  - a. Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale; inegalități.
  - b. Propoziție, predicat, cuantificatori.
  - c. Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementara, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd.
  - d. Inducția matematică; calculul unor sume.
2. Șiruri:
  - a. Modalități de a descrie un șir; șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii.
  - b. Condiția ca  $n$  numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru  $n \geq 3$ .

##### Geometrie

1. Vectori în plan:
  - a. Segment orientat, vectori, vectori coliniari.
  - b. Operații cu vectori: adunarea, proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate; descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.
2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană:
  - a. Vectorul de poziție al unui punct.
  - b. Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).
  - c. Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).

## II. Etapa națională

### Algebra

#### 1. Funcții; lecturi grafice:

- a. Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma  $x = m$  sau de forma  $y = m$ ,  $m \in \mathbf{R}$ .
- b. Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții.
- c. Funcții numerice - proprietăți: monotonie, mărginire, paritate, imparitate, periodicitate și interpretarea grafică a acestora.
- d. Compunerea funcțiilor.

#### 2. Funcția de gradul I:

- a. Definiție; reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ .
- b. Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției.
- c. Inecuații de forma  $ax + b \geq 0$  ( $\leq, <, >$ ) studiate pe  $\mathbf{R}$ .
- d. Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$$
 unde  $a, b, c, m, n, p$  numere reale.
- e. Sisteme de inecuații de gradul I

#### 3. Funcția de gradul II:

- a. Reprezentarea grafică a funcției de gradul al doilea  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a, b, c \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ , simetria față de drepte de forma  $x = m$ ,  $m \in \mathbf{R}$ .
- b. Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor simetrice.

## Geometrie

#### 1. Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie:

- a. Rezolvarea triunghiului dreptunghic.
- b. Cercul trigonometric, funcții trigonometrice, reducerea la primul cadran, formule trigonometrice (relații între funcțiile trigonometrice ale unui unghi, formule trigonometrice pentru suma și diferența a două unghiuri, pentru dublul unui unghi, transformarea sumelor în produs și a produselor în suma).

## Clasa a X-a

### I. Etapa județeană

1. Mulțimea numerelor reale:
  - a. Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
  - b. Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor.
  - c. Notiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.
2. Mulțimea numerelor complexe:
  - a. Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
  - b. Rezolvarea în  $\mathbb{C}$  a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.
3. Funcții și ecuații:
  - a. Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
  - b. Funcția putere cu exponent natural.
  - c. Funcția radical de ordin doi și trei.
  - d. Funcția exponențială.
  - e. Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
    - Ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3.
    - Ecuații exponențiale.

### II. Etapa națională

1. Funcții și ecuații:
  - a. Funcția logaritmică.
  - b. Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
    - i. Ecuații logaritmice.
  - c. Funcții trigonometrice directe și inverse.
    - i. Ecuații trigonometrice.
2. Metode de numărare:
  - a. Metoda inducției matematice.
  - b. Mulțimi finite ordonate.
  - c. Permutări - numărul de mulțimi ordonate cu  $n$  elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu  $n$  elemente.
  - d. Aranjamente - numărul submulțimilor ordonate cu câte  $m$  elemente fiecare,  
 $m \leq n$  care se pot forma cu cele  $n$  elemente ale unei mulțimi finite.
  - e. Combinări - numărul submulțimilor cu câte  $k$  elemente, unde  $0 \leq k \leq n$  ale unei mulțimi finite cu  $n$  elemente, proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu  $n$  elemente.

## Clasa a XI-a

### I. Etapa județeană

#### Algebra

1. Matrice:
  - a. Matrice, Mulțimi de matrice.
  - b. Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.
  - c. Puterea cu exponent natural a unei matrice.
2. Determinanti:
  - a. Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți.
  - b. Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

#### Analiza matematică

1. Limite de funcții:
  - a. Notiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile  $+\infty, -\infty$ .
  - b. Limite laterale; existența limitei unei funcții într-un punct.
  - c. Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, funcția exponențială, funcția putere ( $n=2, 3$ ), funcția radical ( $n=2,3$ ), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, funcții trigonometrice directe și inverse.
  - d. Cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $0/0, \infty/\infty, 0 \cdot \infty$ .
  - e. Limite remarcabile.
  - f. Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, horizontale și oblice.

### II. Etapa națională

#### Algebra

1. Sisteme de ecuații liniare:
  - a. Matrice inversabile din  $M_n(\mathbb{C})$ ,  $n=2,3$ .
  - b. Ecuații matriceale.
  - c. Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar.
  - d. Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss.

#### Analiza matematică

1. Funcții continue:
  - a. Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue.
  - b. Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în  $\mathbb{R}$
2. Funcții derivabile:
  - a. Tangentă la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile.
  - b. Operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și II pentru funcțiile studiate.

## Clasa a XII-a

### I. Etapa județeană

#### Algebra

1. Grupuri:
  - a. Lege de compoziție internă, tabla operației.
  - b. Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări,  **$\mathbb{Z}_n$** .
  - c. Morfism și izomorfism de grupuri.

#### Analiză matematică

1. Primitive:
  - a. Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale.
2. Integrala definită:
  - a. Definierea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz - Newton.
  - b. Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.
  - c. Metode de calcul ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbarea de variabilă.

### III. Etapa națională

#### Algebra

1. Inele și corpuri:
  - d. Inel, exemple: inele numerice ( **$\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$** ),  **$\mathbb{Z}_n$** , inele de matrice, inele de funcții reale.
  - e. Corp, exemple: corpuri numerice ( **$\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$** ),  **$\mathbb{Z}_p$**   $p$  prim.
2. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ( **$\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{Z}_p$** ,  $p$  prim):
  - f. Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar).
  - g. Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu  $X - a$ , schema lui Horner.
  - h. Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bezout, *c.m.m.d.c.* și *c.m.m.m.c.* al unor polinoame, descompunerea unui polinom în factori ireductibili.

#### Analiza matematică

1. Integrala definită:
  - a. Calculul integralelor de forma  $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ ,  $\text{grad } Q \leq 4$ , prin metoda descompunerii în fracții simple.
2. Aplicații ale integralei definite:
  - a. Aria unei suprafețe plane.
  - b. Volumul unui corp de rotație.

Programa concursului național de matematică „TEHNICI  
MATEMATICE”

Ediția a XIX-a

SECȚIUNEA TH- Filiera tehnologică- toate profilurile

Pentru fiecare clasă, în programa de concurs sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programei de concurs din clasele anterioare, iar pentru etapa națională sunt incluse și conținuturile programelor de concurs de la etapa județeană.

Conținuturile din afara programei școlare sunt evidențiate prin subliniere.

Cunostințele suplimentare față de programa de concurs pot fi folosite în rezolvarea problemelor de concurs.

Clasa a IX-a

I. Etapa județeană

Algebra

1. Mulțimi și elemente de logică matematică:
  - a. Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă. partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.
  - b. Propoziție, predicat, cuantificatori.
  - c. Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementara, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd.
  - d. Inducția matematică; calculul unor sume.
2. Șiruri:
  - a. Modalități de a descrie un șir; șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii.
  - b. Condiția ca  $n$  numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru  $n \geq 3$ .

Geometrie

1. Vectori în plan:
  - a. Segment orientat, vectori, vectori coliniari.
  - b. Operații cu vectori: adunarea, proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate; descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli
2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană:
  - a. Vectorul de poziție al unui punct.
  - b. Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).
  - c. Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).

## II. Etapa națională

### Algebra

1. Funcții; lecturi grafice:
  - a. Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma  $x = m$  sau de forma  $y = m$ ,  $m \in \mathbf{R}$ .
  - b. Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții.
  - c. Funcții numerice - proprietăți: monotonie, mărginire, paritate, imparitate, periodicitate și interpretarea grafică a acestora.
  - d. Compunerea funcțiilor.
2. Funcția de gradul I:
  - a. Definiție; reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ .
  - b. Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției.
  - c. Inecuații de forma  $ax + b \geq 0$  ( $\leq, <, >$ ) studiate pe  $\mathbf{R}$ .
  - d. Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$$
, unde  $a, b, c, m, n, p$  numere reale.
  - e. Sisteme de inecuații de gradul I
3. Funcția de gradul II:
  - a. Reprezentarea grafică a funcției de gradul al doilea  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a, b, c \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ , simetria față de drepte de forma  $x = m$ ,  $m \in \mathbf{R}$
  - b. Relațiile lui Viete, rezolvarea sistemelor simetrice.

### Clasa a X-a

## I. Etapa județeană

1. Mulțimea numerelor reale:
  - a. Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
  - b. Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor.
  - c. Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.
2. Mulțimea numerelor complexe:
  - a. Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
  - b. Rezolvarea în  $\mathbf{C}$  a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.
3. Funcții și ecuații:

- a. Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- b. Funcția putere cu exponent natural.
- c. Funcția radical de ordin doi și trei.
- d. Funcția exponențială.
- e. Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
  - i. Ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3.
  - ii. Ecuații exponențiale.

## II. Etapa națională

1. Funcții și ecuații:
  - a. Funcția logaritmică.
  - b. Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
    - Ecuații logaritmice.
  - c. Funcții trigonometrice directe și inverse.
2. Metode de numărare:
  - a. Metoda inducției matematice.
  - b. Mulțimi finite ordonate.
  - c. Permutări - numărul de mulțimi ordonate cu  $n$  elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu  $n$  elemente.
  - d. Aranjamente - numărul submulțimilor ordonate cu câte  $m$  elemente fiecare,  $m \leq n$  care se pot forma cu cele  $n$  elemente ale unei mulțimi finite
  - e. Combinări - numărul submulțimilor cu câte  $k$  elemente, unde  $0 \leq k \leq n$  ale unei mulțimi finite cu  $n$  elemente, proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu  $n$  elemente.

## Clasa a XI-a

### I. Etapa județeană

#### Algebra

1. Matrice:
  - a. Matrice, Mulțimi de matrice.
  - b. Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.
  - c. Puterea cu exponent natural a unei matrice.
2. Determinanți:
  - a. Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți.
  - b. Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

#### Analiza matematică

1. Limite de funcții:
  - a. Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile  $+\infty$  și  $-\infty$ .
  - b. Limite laterale; existența limitei unei funcții într-un punct.
  - c. Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea,



funcția logaritmică, funcția exponențială, funcția putere ( $n=2, 3$ ), funcția radical ( $n=2, 3$ ), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, funcții trigonometrice directe și inverse.

- d. Cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $0 \cdot \infty$ .
- e. Limite remarcabile.
- f. Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice.

## II. Etapa națională

### Algebra

- 1. Sisteme de ecuații liniare:
  - a. Matrice inversabile din  $M_n(\mathbf{C})$ ,  $n=2,3$ .
  - b. Ecuații matriceale.
  - c. Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar.
  - d. Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss.

### Analiza matematică

- 1. Funcții continue:
  - a. Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue.
  - b. Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în  $\mathbf{R}$ .
- 2. Funcții derivabile:
  - a. Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile.
  - b. Operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și II pentru funcțiile studiate.

## Clasa a XII-a

### I. Etapa județeană

#### Algebra

- 1. Grupuri:
  - a. Lege de compoziție internă, tabla operației.
  - b. Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări,  $\mathbf{Z}_n$ .
  - c. Morfism și izomorfism de grupuri.

#### Analiza matematică

- 1. Primitive:
  - a. Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale.
- 2. Integrala definită:
  - a. Definiția integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz - Newton.
  - b. Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.

- c. Metode de calcul ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbarea de variabilă.

## II. Etapa națională

### Algebra

1. Inele și corpuri:
  - a. Inel, exemple: inele numerice ( $\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ ),  $\mathbf{Z}_n$ , inele de matrice, inele de funcții reale.
  - b. Corp, exemple: corpuri numerice ( $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ ),  $\mathbf{Z}_p$   $p$  prim.
2. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ( $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{Z}_p$ ,  $p$  prim):
  - a. Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar).
  - b. Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu  $X-a$ , schema lui Horner.
  - c. Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bezout, *c.m.m.d.c.* și *c.m.m.m.c.* al unor polinoame, descompunerea unui polinom în factori ireductibili.

### Analiza matematică

1. Integrala definită:
  - a. Calculul integralelor de forma  $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ ,  $\text{grad } Q \leq 4$ , prin metoda descompunerii în fracții simple.
2. Aplicații ale integralei definite:
  - a. Aria unei suprafețe plane.
  - b. Volumul unui corp de rotație.