

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea  
Concursul Interjudețean  
„Mathematica – Modus Vivendi”  
Ediția a XIX-a, 23 martie 2024  
**CLASA a VIII -a**

1. a. Fie  $a \in \mathbb{N}$ ,  $a \geq 2$  și  $t_a = \frac{a+1}{a-1} \sqrt{a^4 + 2(a-1)^2 - (2a-1)^2}$ .

Determinați numărul  $a$  știind că  $t_a = 2025$ .

b. Fie  $a, b$  două numere reale pozitive,  $a \neq b$ .

Dacă  $a^2 + 4b^2 = 5ab$ , determinați valoarea raportului  $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ .

*Prof. univ. dr. Dumitru Acu, Sibiu  
Prof. Daniela Barbu, Râmnicu Vâlcea*

2. a. Dacă  $a, b$  sunt numere reale pozitive, să se arate că:

$ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ . Precizați în ce situație are loc egalitatea.

b. Să se compare numerele  $2025!$  și  $1013^{2025}$ , unde  $2025! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2025$ .

*Prof. Elena Drăgan, Râmnicu Vâlcea*

3. Pe planul pătratului  $ABCD$  cu latura de 12 cm, se construiește  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA=18$  cm.

Fie  $N$  mijlocul laturii  $AD$ ,  $M$  situat pe latura  $CD$  astfel încât  $MC=4$  cm și  $SP \perp MN$ ,  $P \in MN$ .

a. Calculați lungimea segmentului  $SP$ .

b. Determinați cosinusul unghiului făcut de planul  $(SAP)$  cu planul  $(SAC)$ .

*Prof. Elena Drăgan, Râmnicu Vâlcea*

4. Fie  $ABCD A' B' C' D'$  un cub cu  $AB = 6$  cm și  $BC' \cap CB' = \{O\}$ . Pe muchiile  $BC$  și  $DC$  se consideră punctele  $M$  și  $N$ , astfel încât  $\sphericalangle BAM \equiv \sphericalangle MAN$ .

a. Demonstrați că  $BM + DN = AN$ .

b. Dacă  $AO \cap D'C' = \{P\}$ , aflați distanța de la  $P$  la dreapta  $AC$ .

*Prof. Cristiana Bologa, Râmnicu Vâlcea*

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea  
Concursul Interjudețean „Mathematica – Modus Vivendi”