



MINISTERUL EDUCAȚIEI



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ

“TEHNICI MATEMATICE“- ediția a XIX-a

Etapa națională 23.03.2024

Clasa a XI-a – Matematică *M_tehnologic*

Subiectul I a) Se dă matricea $A \in M_2(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și funcția $f : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$,

$$f(X) = A \cdot X - X \cdot A.$$

a) Arătați că ecuația $f(X) = I_2$ nu are soluții.

b) Arătați că $(\forall) C, D \in M_2(\mathbb{R})$ avem $f(C + D) = f(C) + f(D)$.

c) Determinați $f(A + A^2 + \dots + A^n)$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.

Subiectul II Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{|2-x|+3x}{|2x-3|-4x}$.

a) Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b) Studiați continuitatea funcției.

c) Arătați că ecuația $f(x) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, admite soluție unică.

Subiectul III În reperul cartezian xoy se consideră punctele $A_n(2n + 1, 4n^2 + 4n + 7)$, $n \in \mathbb{N}$.

a) Calculați aria triunghiului $\triangle OA_0A_1$.

b) Arătați că aria triunghiului $\triangle A_nA_{n+1}A_{n+2}$ este constantă.

c) Arătați că oricare ar fi numerele naturale distincte k, l, n , punctele A_k, A_l, A_n nu pot fi coliniare.

Pentru fiecare subiect se acordă 30 puncte.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 120 minute.

Subiectele au fost selectate și propuse de:

prof. Drăgan Elena

prof. Pozinărea Simona

prof. Bologa Cristiana