

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea
Concursul Interjudețean
„Mathematica – Modus Vivendi”
Ediția a XIX-a, 23 martie 2024
CLASA a XII -a

1. a. Să se calculeze $I = \int_1^4 \frac{\ln x}{x^2+4} dx$.

Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

b. Calculați $I = \int_{\frac{1}{a}}^a \frac{\arctg x}{x^2+3x+1} dx, a > 1$.

Prof. Univ. Dr. Dumitru Acu, Univ. "Lucian Blaga", Sibiu

2. a. Calculați $I = \int \frac{x^2-1}{x^4+2x^3+2025x^2+2x+1} dx, x > 0$.

Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

b. Calculați $I = \int \frac{a^x(b \cdot a^x \cdot \cos bx + \ln a \cdot \sin^2 bx)}{(a^x + \sin bx)^2} dx, a > 1, b \in \mathbb{R}$.

Prof. Univ. Dr. Dumitru Acu, Univ. "Lucian Blaga", Sibiu; Prof. Dr. Cătălin Pană, Rm. Vâlcea

3. Calculați :

a. $\int \sqrt{\operatorname{tg} x} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

b. $\int \frac{\sqrt{\cos 2x}}{\sin x} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

4. a. Fie $(A, +, \cdot)$ un inel astfel încât $x^6 = x, (\forall)x \in A$. Să se arate că $x + x = 0$ și $x^2 = x, (\forall)x \in A$

Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

b. Fie (G, \cdot) un grup și $a \in G$ astfel încât $x^4 = a^{-1}xa$, pentru oricare $x \in G$. Demonstrați că $x^9 = e$, pentru orice $x \in G$.

G.M. Nr5/2023

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.