



MINISTERUL EDUCAȚIEI



**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-editia a XIX-a
Etapa națională 23.03.2024
Clasa a X -a Matematică *M_șt-nat***

Subiectul I

a) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația : $\sqrt{x+5} + \sqrt[3]{12-x} = 5$.

b) Fie $x, y, z \in \mathbb{C}$ cu $x + y + z = 0$ și $|x| = 1; |y| = \sqrt{2}; |z| = \sqrt{3}$. Să se demonstreze că:
 $2x^2 + y^2 = 0$.

c) Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & x \in (-\infty, 2] \\ x + m, & x \in (2, \infty) \end{cases}$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât

f să fie bijectivă și calculați f^{-1} , f^{-1} inversa lui f .

Subiectul II

a) Să se rezolve ecuația : $2 \cdot \log_6(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}) = \log_4 x$.

b) Să se rezolve ecuația : $(\log_2 x) \cdot (\log_{81} 8x) = \log_3 2$.

c) Se consideră ecuația: $(m + 3) \cdot \log_2^2 x - m \cdot \log_2 x^2 + m + 5 = 0 ; m \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că ecuația are două soluții reale astfel încât $x_1 \cdot x_2 = 16$.

Subiectul III

a) Să se rezolve ecuația : $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30$.

b) Să se rezolve ecuația: $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^x} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^x} = 4$.

c) Dacă $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, demonstrați că : $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

**Pentru fiecare subiect se acordă 30 puncte
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru 120 minute**

**Subiectele au fost selectate și propuse de:
Prof.dr.Cătălin Pană
Prof.Cristian Daniel Cotoarbă**