

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea
Concursul Regional
„Mathematica – Modus Vivendi”
Ediție a XIX-a, 23 martie 2024
CLASA a VII a

1. Fie a, b, c, m numere naturale nenule ce verifică relația $ma - (m+1)b = (2m+1)c$.

Arătați că $a+b$ se divide cu $2m+1$, iar $b+c$ se divide cu m .

Prof.univ. Acu Dumitru, Sibiu

2. Fie numărul real $a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \frac{3}{\sqrt{12}} \cdot \dots \cdot \frac{99}{\sqrt{9900}}$ și x, y numere reale pozitive.

a. Determinați valoarea numărului real $a + \frac{9}{10}$.

b. Arătați că $\sqrt{\frac{y}{x}} \leq \frac{y+24}{4} + \frac{y}{x(y+24)}$.

Prof. Necșuliu Ion, Râmnicu Vâlcea

3. Fie paralelogramul $ABCD$, O punctul de intersecție al diagonalelor $[AC]$ și $[BD]$, iar M și N mijloacele segmentelor $[DO]$, respectiv $[AO]$ și $\{E\} = NM \cap CD$.

a) Arătați că $\frac{A_{MNBC}}{A_{ABCD}} = \frac{9}{16}$.

b) Demonstrați că cercurile circumscrise triunghiurilor DAE și ECB se taie a doua oară într-un punct F situat pe dreapta AB .

Prof. Necșuliu Ion, Râmnicu Vâlcea

4. Fie cercul $C(O, R)$, punctele A, B diametral opuse și punctele C, D pe același semicerc astfel încât $\widehat{AC} = \alpha^\circ$, $\widehat{CD} = \beta^\circ$, $\widehat{DB} = \gamma^\circ$.

a. Dacă $\alpha^\circ = \beta^\circ = \gamma^\circ$ și $R = 6cm$, atunci stabiliți natura patrulaterului $ABDC$ și calculați perimetrul acestuia.

b. Dacă $\alpha^\circ = \frac{\beta^\circ}{2} = \frac{\gamma^\circ}{3}$ arătați că raportul dintre distanța de la centrul cercului O la coarda AC și raza cercului este un număr irațional.

Prof. Dicu Florentina, Râmnicu Vâlcea

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.