Colegiul Naţional „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea
Concursul Interjudețean
„Mathematica – Modus Vivendi”
Ediţia a XIX-a, 23 martie 2024
CLASA a X -a

1. a. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia : $\log_4(\sqrt[3]{x}+1)=\log_{27}x$.
Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

b. Fie $a\in\mathbb{R}$, $a\geq 2$. Să se rezolve ecuația $x^{\log_{2a+1}(2a-1)}+x=2+4a^2\cdot\log_{2a+1}x$.
Prof.Univ.Dr.Dumitru Acu,Univ.”Lucian Blaga”, Sibiu

2. a. Fie $A=1+\frac{1}{2\sqrt{1}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{2\sqrt{2024^2-1}}$. Calculați [A].

b. Să se rezolve ecuația $\sqrt[3]{14x-15}=\frac{1}{14}\cdot(x^3+15)$.
Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

3. a. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ astfel încât $f(x^2-x+1)-2\cdot f(x^2+x+1)=-2x^2-6x-3, (\forall)x\in\mathbb{R}$.
Să se determine f.
b. Există funcții injective astfel încât $\frac{4}{3}\cdot f(6x^4-x^3+6x^2+1)-f(4x^3-x^2+5x)\geq\frac{4}{9}$, $(\forall)$ $x\in\mathbb{R}$?

Prof. Dr. Cătălin Pană; Prof. Cristian Daniel Cotoarbă, Rm. Vâlcea

4. a. Dacă $a,b\in\mathbb{C}$ și $|a|<1$, $|b|<1$, arătați că $\left|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}\right|<1$, unde $\bar{a}$ este conjugatul lui a .

b. Arătați că, pentru orice număr complex z, avem : $\sqrt{2}\leq\frac{|z+1|+|z-1|}{\sqrt{|z|^2+1}}\leq 2$.
Teme supliment Gazeta Matematică, clasa a X-a

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.