

Concursul Interjudețean  
„Mathematica – Modus Vivendi”  
Ediția a XIX-a, 23 martie 2024  
**CLASA a XI –a**

- 1) Se consideră matricele  $A, B \in M_3(\mathbb{R})$  astfel încât  $AB = BA$ , cu  
 $\det(A + \sqrt{2} \cdot B) = \det(A) + \sqrt{2} \cdot \det(B)$  și  $\det(A - \sqrt{2} \cdot B) = \det(A) - \sqrt{2} \cdot \det(B)$ .  
Demonstrați  $\det(A^2 + B^2) = (\det(A))^2 + 4(\det(B))^2$

*Prelucrare GM 2023*

- 2)a) Descompuneți în produs de două paranteze :  $f = 4 - x - 3\sqrt[3]{x^2}$

b) Calculați :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \left( \frac{4 - x - 3\sqrt[3]{x^2}}{x - 3\sqrt[3]{x} + 2} \right)^{\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{x - 1}}$$

*Prof. Simona Pozinărea, Rm. Vâlcea*

- 3) Considerăm șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit prin  $x_1 = 1$ , și  $x_{n+1} = \frac{x_n}{2n+1} + \frac{2n+2}{(2n+1)^2}$

- a) Să se calculeze  $x_2, x_3$ ;  
b) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ .

*Prof. Univ. dr. Dumitru Acu, Sibiu*

- 4) Se dă matricea  $A \in M_3(\mathbb{R})$  astfel încât  $\text{Tr}(A) = 0, \text{Tr}(A^2) = -6, \text{Tr}(A^3) = -24$ ,

- a) Exprimați  $\text{Tr}(A^*)$  cu ajutorul lui  $\text{Tr}(A^2)$  pentru  $A$  cu proprietățile date;  
b) Arătați că  $A^{-1} = \frac{-1}{8} A^2 - \frac{3}{8} I_3$ .

*Prof. Simona Pozinărea, Rm. Vâlcea*

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.